ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

1. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$. Αν έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2, τότε να αποδείξετε ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha}$.

2. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β , να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

3. Έστω x_1, x_2 με $x_1 < x_2$ είναι οι δύο πραγματικές ρίζες του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, x \in R$. Να αποδείξετε ότι, αν για την μεταβλητή x ισχύει $x < x_1$ ή $x > x_2$ τότε το τριώνυμο $f(x)$ γίνεται ομόσημο του α.

4. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β , να αποδείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

5. Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α, β και γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$

6. Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι: $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$

7. Να αποδείξετε ότι, για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει η ανισότητα:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta| .$$

8. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ να δείξετε ότι $\mathrm{P} = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$.